Escola Secundária de Paredes

Resolução Prova Modelo IV de Matemática

3.º Ciclo do Ensino Básico

Prova 92 | 2019

Duração da Prova (Caderno 1 + Caderno 2): 90 minutos. Tolerância: 30 minutos

9.º Ano de Escolaridade | Turma - K

Caderno 1

- **Duração:** 35 **minutos** + 10 **minutos de tolerância**
- **É permitido o uso de calculadora**

1. .
   $-\pi = -3,1415...$
   $\sqrt{13} = 3,60555...$

   $A \cap B = \left]\pi; \sqrt{13}\right]$

   Resposta: D

2. .
   O aumento da abstenção foi: $4293735 - 2928659 = 1365076 = 1,365076 \times 10^6$

3. .

   3.1. Seja x a idade do novo aluno

   $$\frac{12 \times 13 + 8 \times 14 + 3 \times 15 + 3 \times 16 + x}{27} = 14 \Leftrightarrow \frac{361 + x}{27} = \frac{14}{1} \Leftrightarrow \frac{361 + x}{27} = \frac{14 \times 27}{27} \Leftrightarrow$$

   $$\Leftrightarrow 361 + x = 378 \Leftrightarrow x = 378 - 361 \Leftrightarrow x = 17$$

   O novo aluno tem 17 anos

   3.2. Ordenando, por ordem crescente, o conjunto de dados relativos às idades dos rapazes, tem-se,

   $$\underline{13 \quad 13 \quad 13 \quad 13 \quad 13} \quad \underbrace{13 \quad 14} \quad \underline{\quad 14 \quad 14 \quad 14 \quad 15 \quad 16}$$

   Assim, $\tilde{x} = \dfrac{13 + 14}{2} = 13,5$

   Resposta: B

4. Os triângulo $[ABC]$ e $[CDE]$ são semelhantes

   Seja $\overline{CD} = x$

   Assim, tem-se,

   $$\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{CD}}{\overline{DE}} \Leftrightarrow \frac{x + 4}{4} = \frac{x}{2} \Leftrightarrow x + 4 = 2x \Leftrightarrow 2x - x = 4 \Leftrightarrow x = 4$$

   Observando o triângulo retângulo $[ABC]$, tem-se,

   $$\tan(C\hat{B}A) = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} \Leftrightarrow \tan(C\hat{B}A) = \frac{8}{4} \Leftrightarrow \tan(C\hat{B}A) = 2 \Leftrightarrow$$
   $$\Leftrightarrow C\hat{B}A = \tan^{-1}(2) \Leftrightarrow C\hat{B}A \approx 63°$$

5. .

   5.1. Por exemplo, as retas: IL, LK, KJ,IJ, EF, AE, AB, BF,AF, EB, ...

   5.2. .

      5.2.1. Sabemos que o volume do cubo é 64 cm^3, então,

      $V_{cubo} = 64$, logo, $\overline{AB} = \sqrt[3]{64} = 4\ cm$

      Aplicando o Teorema de Pitágoras ao triângulo retângulo $[AIJ]$, vem,

      $\overline{IJ}^2 = \overline{AI}^2 + \overline{AJ}^2 \Leftrightarrow \overline{IJ}^2 = 2^2 + 2^2 \Leftrightarrow \overline{IJ}^2 = 4 + 4 \Leftrightarrow \overline{IJ}^2 = 8 \Leftrightarrow \overline{IJ} = \pm\sqrt{8}$, como $\overline{IJ} > 0$, vem, $\overline{IJ} = \sqrt{8} \approx 2,8\ cm$

      5.2.2. $V_{Prisma} = \overline{IJ}^2 \times \overline{IM} = (\sqrt{8})^2 \times 4 = 8 \times 4 = 32\ cm^3$

Caderno 2

- **Duração:** 55 **minutos** + 20 **minutos de tolerância**
- **Neste Caderno não é permitida a utilização de calculadora**

---

6. .

   6.1. Número de casos possíveis: 6 (há 6 resultados possíveis - sair um número de 1 a 6)
   Número de casos favoráveis: 2 (sair 5 ou 6)

   Assim, $P(pedida) = \dfrac{2}{6} = \dfrac{1}{3}$

   6.2. Construindo uma tabela de dupla entrada, vem,

   Legenda:

   $E \rightarrowtail$ Empate
   $C \rightarrowtail$ Vitória da Carolina
   $R \rightarrowtail$ Vitória do Rodrigo

Carolina \ Rodrigo	1	2	3	4	5	6
1	**E**	R	R	R	R	R
2	C	**E**	R	R	R	R
3	C	C	**E**	R	R	R
4	C	C	C	**E**	R	R
5	C	C	C	C	**E**	R
6	C	C	C	C	C	**E**

   Número de casos possíveis: 36
   Número de casos favoráveis: 6 (há seis empates)

   Assim, $P(pedida) = \dfrac{6}{36} = \dfrac{1}{6}$

7. .

$g(4) = \dfrac{1}{4} \times 4^2 = \dfrac{1}{4} \times 16 = \dfrac{16}{4} = 4$
Logo, $P(4; 4)$, e a constante de proporcionalidade é $k = 4 \times 4 = 16$

Portanto, $f(x) = \dfrac{16}{x}$

Resposta:B

8. .

1° termo: $2 = 2 \times 1$
2° termo: $4 = 2 \times 2$
3° termo: $6 = 2 \times 3$

Assim,

$1000.^\circ$ termo: $2 \times 1000 = 2000$

O $1000.^\circ$ termo da sequência tem 2000 quadrados cinzentos

Outro processo

O número de quadrados cinzentos de cada termo é da forma $2n + k$

Como o primeiro termo tem dois quadrados cinzentos, então, vem,

$2 \times 1 + k = 2 \Leftrightarrow 2 + k = 2 \Leftrightarrow k = 2 - 2 \Leftrightarrow k = 0$

Logo, o termo de ordem n tem $2n$ quadrados cinzentos

Assim, o $1000.^\circ$ termo da sequência tem $2 \times 1000 = 2000$ quadrados cinzentos

9. O declive da reta s é igual ao declive da reta r

O declive da reta r é $\frac{1}{2}$

A reta s é da forma $y = \frac{1}{2}x + b$, $b \in \mathbb{R}$

Como $A(4; 6)$ é ponto da reta s, vem,

$6 = \frac{1}{2} \times 4 + b \Leftrightarrow 6 = 2 + b \Leftrightarrow b = 6 - 2 \Leftrightarrow b = 4$

Logo, $y = \frac{1}{2}x + 4$

Assim, $f(x) = \frac{1}{2}x + 4$

Resposta: A

10. .

$$\begin{array}{l|l} & 6x(x-1) = -5x + 2 \Leftrightarrow 6x^2 - 6x = -5x + 2 \Leftrightarrow 6x^2 - 6x + 5x - 2 = 0 \Leftrightarrow 6x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow \\ \begin{array}{r} a = 6 \\ b = -1 \\ c = -2 \end{array} & \begin{array}{l} \Leftrightarrow x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 6 \times (-2)}}{2 \times 6} \Leftrightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 48}}{12} \Leftrightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{49}}{12} \Leftrightarrow x = \frac{1 \pm 7}{12} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow x = \frac{1-7}{12} \vee x = \frac{1+7}{12} \Leftrightarrow x = \frac{-6}{12} \vee x = \frac{8}{12} \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2} \vee x = \frac{2}{3} \end{array} \\ & C.S. = \left\{-\frac{1}{2}; \frac{2}{3}\right\} \end{array}$$

11. $x - 4 > \frac{5(x-1)}{3} \Leftrightarrow x - 4 > \frac{5x-5}{3} \Leftrightarrow \frac{x}{1} - \frac{4}{1} > \frac{5x-5}{3} \Leftrightarrow \frac{3x}{3} - \frac{12}{3} > \frac{5x-5}{3} \Leftrightarrow 3x - 12 > 5x - 5 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow 3x - 5x > -5 + 12 \Leftrightarrow -2x > 7 \Leftrightarrow x < \frac{7}{-2} \Leftrightarrow x < -\frac{7}{2}$

$C.S. = \left]-\infty; -\frac{7}{2}\right[$

12. $\dfrac{\left(8^{-2}\right)^3 \div 4^{-6}}{4^3} = \dfrac{8^{-6} \div 4^{-6}}{4^3} = \dfrac{\left(\frac{8}{4}\right)^{-6}}{4^3} = \dfrac{2^{-6}}{4^3} = \dfrac{2^{-6}}{(2^2)^3} = \dfrac{2^{-6}}{2^6} = 2^{-6-6} = 2^{-12} = \left(\dfrac{1}{2}\right)^{12}$

13. Testando o ponto $(2;3)$ em cada opção, vem,

(A) $\begin{cases} 2+3=5(V) \\ 3=-2+1(F) \end{cases}$

(B) $\begin{cases} 2-3=1(F) \\ 2\times 2-3=1(V) \end{cases}$

(C) $\begin{cases} 3\times 2+3=9(V) \\ -2-3=-5(V) \end{cases}$

(D) $\begin{cases} 2-4\times 3=10(F) \\ 2\times 2+2\times 2=-10(F) \end{cases}$

Resposta: C

14. .
Dividindo a figura, tem-se,

$\overline{AB} = x+5$

$A_{[ABCG]} = (x+5)^2 = x^2+10x+25$
$A_{[CDEF]} = (x+3) = x^2+6x+9$

Logo,

$A_{Polígono} = A_{[ABCG]} + A_{[CDEF]} =$
$= x^2+10x+25+x^2+6x+9 = 2x^2+16x+34$

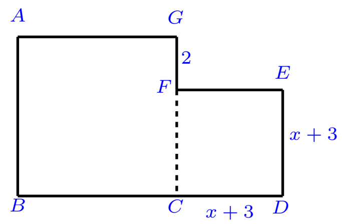

Figura 1

15. $L + \overrightarrow{IK} = L + \overrightarrow{LD} = D$

Resposta: A

16. $\widehat{AB} = A\hat{O}B = 150°$
$A\hat{V}B = \dfrac{\widehat{AB} - \widehat{CD}}{2} = \dfrac{150° - 52°}{2} = \dfrac{98°}{2} = 49°$

Outro processo

$\widehat{AB} = A\hat{O}B = 150°$
$A\hat{D}B = \dfrac{\widehat{AB}}{2} = \dfrac{150°}{2} = 75°$
$C\hat{B}D = \dfrac{\widehat{CD}}{2} = \dfrac{52°}{2} = 26°$

$B\hat{D}V = 180° - A\hat{D}B = 180° - 75° = 105°$

Logo,

$A\hat{V}B = 180° - B\hat{D}V - V\hat{B}D = 180° - 105° - 26° = 49°$

17. **Resposta: B**